

空间观念的含义和特征及其教学策略

韩龙淑¹, 吕传汉²

(1. 太原师范学院 数学系, 山西 太原 030012; 2. 贵州师范大学 数学与计算机科学学院, 贵州 贵阳 550001)

摘要: 对图形形状、位置等关系的认识需要学生具备一定的空间观念. 经验性、概括性、渐进性、过程性是空间观念的基本特征. 合理启发学生在已有几何知识和经验基础上生长新知识; 充分关注学生几何思维的实际水平, 综合运用多种思维实践活动; 恰当把握几何“过程教学”的实质, 突出课堂教学的数学味是发展空间观念的基本教学策略.

关键词: 数学; 空间观念; 特征; 教学策略

中图分类号: G633.63 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-9894 (2010) 06-0020-03

学生生活的世界及接触的事物大部分与空间和图形有关. 当他们认识周围世界的事物时, 常常需要知道其形状、大小, 并能够用恰当的方式表征它们之间的位置关系, 而对图形形状、位置等关系的认识需要具备一定的空间观念 (spatial sense). 《全日制义务教育数学课程标准 (实验稿)》, 把空间观念作为数学学习的核心概念之一, 并在第一学段和第二学段中以儿童空间观念的建立和发展, 作为空间与图形教学内容选择的主要依据和知识发展的主要线索. 然而当前对“空间观念”的认识还比较模糊, 致使空间观念的教学出现偏差现象. 鉴于此, 有必要对空间观念的含义、特征及教学做进一步的研究, 以提高其教学的有效性.

1 空间观念的含义

《全日制义务教育数学课程标准 (实验稿)》指出, 空间观念主要表现在: 能由实物的形状想象出几何图形, 由几何图形想象出实物的形状, 进行几何体与其三视图、展开图之间的转化; 能根据条件做出立体模型或画出图形; 能从较复杂的图形中分解出基本图形, 并能分析其中的基本元素及其关系; 能描述实物和几何图形的运动和变化; 能采用适当的方式描述物体间的位置关系; 能运用图像形象地描述问题, 利用直观进行思考^[1]. 鉴于空间观念是感知、想象和思维相结合的产物, 是在空间知觉的基础上形成的关于物体的形状、大小和位置关系的表象. 因此, 空间观念的含义虽然不易给出准确的界定, 但可通过空间观念的“主要表现”进行如下的诠释和理解.

空间观念首先表现为“想象”, 即舍弃物体的其它属性, 而对其形状、大小和位置等几何形态进行概括而得到的“形象”, 如能由实物的形状想象出几何图形, 由几何图形想象出实物的形状; 想象出物体的方位和相互之间的位置关系, 进行几何体与其三视图、展开图之间的转化. 因此这里的空间观念主要是物体在人脑中留下的概括的几何形象.

空间观念其次表现为“做出”或“画出”, 即能根据条件做出立体模型或画出图形, 依据语言描述画出图形. “做出”或“画出”是一种操作行为. 而行为受观念或思想的制约, 学生需要动脑思考如何依据条件做出或画出图形, 因此这里的空间观念主要是思维和外部操作技能的协同作用, 表现为学生在思维基础上的动手实践.

空间观念第3方面的表现是“分解”和“分析”, 即能从较复杂的图形中分解出基本的图形, 并能分析其中的基本元素及其关系. 分析是在大脑中把事物的整体分解为部分或把整体的个别特征、因素和层次分解出来, 分别加以研究的思维方法, 这种思维的主要成分是“几何形象”. 要把握几何图形的本质, 还需一定的抽象思维, 因此这里的空间观念主要是伴有抽象思维的形象思维.

空间观念第4方面的表现是“描述”、“思考”、“抽象”, 即能描述实物或几何图形的运动和变化, 能采用适当的方式描述物体间的位置关系, 能运用图形形象地描述问题; 利用直观进行思考; 能根据物体特征抽象几何图形. 描述是思维的外在表现, 而思考、抽象均需上升到思维, 这种思维常借助直观等形象思维的支持, 因此这里的空间观念主要是伴有形象思维的抽象思维, 最终形成空间思维能力.

2 空间观念的基本特征

除从空间观念的表现形式体味空间观念的含义外, 还可通过空间观念具有的特征做进一步的理解和把握.

2.1 经验性

空间观念作为物体的形状、大小、位置等在头脑中的映像, 是空间知觉经过加工后所形成的空间表象. 有关研究指出: 儿童的空间表象不是以他们的空间环境感觉读出的, 而是从早些那些环境的活动中构造的, 他们是依靠经验开始几何学习并逐步形成空间观念的^[2], 使得空间观念体现出经验性特征. 具体来说, 由于儿童的思维以形象性和具体性为主, 儿童的几何学习不是以几何的公理体系为起点的, 而是以已有的经验为起点, 即儿童所学的几何不是论证几何, 更多的是一种经验几何或实验几何. 他们一般比较容易理解直观的几何图形, 对一些较为抽象的概念需要借助直观演示, 因此儿童空间观念的形成更多地依赖于动手操作和直观感知, 通过不断地尝试搭建、选择分类、组合分解等活动来加深对图形直观特征的体验, 逐步积累几何知识和经验, 不断丰富自己的想象, 从而形成空间表象.

2.2 概括性

儿童空间观念的建立, 除在已有知识、生活经验和几何活动经验的基础上观察描述, 并辨认几何图形外, 要进一步把握图形的特征和它们之间的关系, 需要儿童以直观为基础

收稿日期: 2010-08-05

基金项目: 全国教育科学“十一五”规划单位资助教育部规划课题——启发式数学教学的策略研究与实践探索 (FFB108017)

作者简介: 韩龙淑 (1965—), 女, 山西榆次人, 教授, 博士, 主要从事数学课程与教学论的研究.

进行理性的分析和思考,根据物体的特征抽象概括出图形的特征和性质,从而使物体在儿童头脑中留下概括的几何形象,也即形成空间观念,因此空间观念具有概括性特征。

2.3 渐进性

空间观念的形成并不是一步到位的,而是一个逐步发展、渐进形成的过程,并且这一过程与儿童空间思维发展水平的阶段性密切联系。例如,学前儿童虽然可能已对“三角形”获得了初步的感性认识,但并未真正形成对三角形的直观特征的认识;小学低年级段,儿童通过观察或操作,有可能形成三角形形状和特征的认识,用“三条边围起来”这样的直观特征来辨识图形;小学高年级段,儿童开始逐渐获得三角形性质的认识,其它图形的概念形成也同样如此。

类似地,儿童从二维空间观念发展到3维空间观念也是一个渐进过程,而且这种过渡的时间也比较长。我国的心理学研究人员对中国大陆十个地区7~12岁儿童数学概念的发展作了初步调查,其中有一道测试题7、8岁的儿童不会解答,9~12岁儿童解答的错误率很高,究其原因把表面积和体积混淆,从一个侧面说明了二维空间图形与实物的可见面一致,比较容易辨认,而当辨识3维空间图形时,只能在平面上看到象征性的立体图形,不易使儿童得到直观的空间形象,需要一定的空间想象力,因而认知起来比较困难。可见儿童空间观念的发展是一个渐进的过程,不能一蹴而就。

2.4 过程性

首先,空间观念的经验性和渐进性特征使得空间观念具有一定的过程性,因为儿童已有的生活经验和几何活动经验,本身就是一个积累的过程,空间观念的渐进性也使空间观念的形成体现出过程性特征;其次,小学几何基本定位于直观几何、操作几何,因此在空间与图形课程目标的表述等方面,较多地使用了“经历”、“体验”、“探索”等过程性目标动词,从而使空间观念的发展体现出“过程性”特征。如经历直观认识简单几何体和平面图形的过程;在对简单物体和图形的形状、大小、位置关系运动的探索过程中,发展空间观念;在探索物体的位置关系、图形的特征、图形的变换以及设计图案的过程中,进一步发展空间观念。

3 发展儿童空间观念的教学策略

3.1 在儿童已有几何知识和经验的基础上合理启发

小学几何学习是在儿童已有知识、经验基础上的主动积极的建构过程。儿童已有的几何知识、生活经验和数学活动经验是学习几何新知识的生长点,是发展空间观念的基础和重要教学资源,因此在教学设计时教师需考虑学习新教学内容,儿童具备哪些已有知识和经验,如何激活儿童头脑中与新知识有自然的、内在联系的常识性、经验性的知识储备,以使新知识在学生已有知识和经验的基础上自然而然地生长出来,这是由内而外的迸发过程。在这一过程中儿童已有生活经验和几何活动经验也得到进一步提升。

首先,儿童已有的知识和生活经验,有助于空间观念的建立。学习用“第几排第几个”确定物体的位置时,以学生非常熟悉的排队做操的现实情境入手,引导儿童利用生活经验联想到可以用“第几排第几个”来描述做操队列中小朋友的位置。通过让儿童尝试说出情境中两个小朋友分别在第几

排第几个,以产生认知冲突和困惑,启发儿童认识到要准确表达每个小朋友的位置,必须统一确定第几排第几个的方法,由此体会到数学方法的严谨性和数学结论的确定性,从而使原有的生活经验上升为数学思考。把教学内容与儿童生动有趣的生活经验有机地融合,能使儿童对空间与图形知识的理解更加深刻。

值得一提的是,在教学中要对儿童的生活经验进行加工、改造与提升,有时儿童原有的日常概念、生活经验与几何概念之间有冲突,对几何内容的学习容易产生负迁移,此时需要教师设计活动来丰富儿童的体验,合理引导他们积淀正确、清晰的经验。我国是一个多民族国家,母语是民族儿童最早接触到的语言,特别是几何语言和母语表达方面的差异,会造成小学低年级儿童理解上的困难和错误。如“三角形”用水族语言说即是“三个角的那个东西”;“圆”用水语说即是“圆圈”,由此可看出对几何图形认识的抽象程度偏低,使儿童对三角形、圆等几何概念易形成错误的认识^[3]。因此教师要把握两种语言表达方面的差异,克服学生理解的困难和错误,学会用几何语言规范表达。

其次,儿童在游戏、操作等活动中可以丰富体验,从中积累的数学活动经验也成为新学习内容的基础。心理学研究表明:儿童在实践活动中,由于视觉、听觉、触觉等多种感官协同活动,大脑处于兴奋状态,儿童对空间的感知更为清晰和牢固。因此教师可充分利用这些活动经验,来支持儿童认识对象的形体特征,概括图形的性质。如通过搭、拼、折、剪、堆、摸、画、分类等活动中,儿童形成的数学活动经验,使儿童对空间观念获得更为深刻的认识。

在此需要说明的是关注儿童的生活经验,并不意味着空间观念的教学要回归儿童生活经验,我们并不完全赞同“数学回归儿童生活经验”的提法。倡导几何知识的学习要贴近和联系儿童的生活经验,根据儿童的生活世界和成长需要,科学利用和适度引进生活经验的内容,而不是简单地回归生活经验,因为数学毕竟不等同于生活。

3.2 充分关注儿童几何思维的实际水平

荷兰学者范·西尔(Van Hiele)夫妇关于几何思维和教学的理论认为“人的几何思维有一个水平发展的阶段性”^[2]。从小学生几何思维水平的发展看,大致会经历前认知水平、直观水平、描述和分析水平。前认知水平阶段的儿童,能感觉几何形状,但往往只能注意到几何形状直观特征的某一部分。直观水平阶段的儿童,根据几何图形的外表形状来确认和操作几何对象,他们将图形看成一个直观的整体,并依此在思维中形成视觉表象,而不关注对象的几何性质和本质特征。在这一水平上,儿童由感性来进行推理,根据看上去相同来判别图形的相同,不能区分二维和3维图形。描述、分析水平阶段的儿童,利用观察、度量、搭建、画图等方法来寻找对象的性质,能够从性质上来识别图形并能确定图形的特征,而不是只从外表来看。

根据几何思维水平发展的阶段性,教师在教学设计时需充分考虑儿童几何思维发展的实际水平,在儿童的最近发展区内实施教学。对于空间特性的认知,小学低年级学生还需要具体物体的支持。随着年龄的增长和知识的积累,他们的空间认知逐渐从直观向抽象过渡。因此,对于小学低年级学

生,主要通过对实物和具体模型的感知、操作等来认识几何图形的特征.在教学中,教师可引导学生通过对物体及模型等的观察、实验、测量、折叠、画图等思维实践活动掌握形体的基本特征,从而形成初步的空间观念.

在对实物、模型观察的基础上,要提高观察的有效性,常常伴随着对实物或模型的拼摆、制作等操作活动.如图 1 是由 8 个立方体堆积而成,测试中有 20%~30% 的小学 2、3 年级的学生不能说出是 8 个立方体,而只能数出小方格数,说成共有 12 个立方体.因此在观察的基础上注重儿童对积木、学具拼摆的动手操作,使学生经历几何图形知觉的教学,才能辨认这些立方体的数目.



图 1 立方体

对于中高年级学生,通过操作、观察、实验、演示、想象等方式,引导学生进行比较、分析、综合、猜测,在感知的基础上加以抽象、概括,并进行简单的判断、推理.这里的实验除实物实验外,更多地是模型实验或思想实验.

例如问题:将边长分别为 3 或 4 的正方体的表面刷上红色的漆,再将它分割成边长为 1 的小正方体.求一面、两面、三面有红颜色的小正方体各有多少个?解决此问题,需要学生在对模型观察的基础上进行思想实验、空间想象和归纳抽象,使学生积累由特殊到一般来寻找规律的数学活动经验.通过此活动鼓励学生由特例提出新问题(边长为 5 或 6 又如何?),从而引发深层思考,并归纳概括一般规律.

需要说明的是,无论观察还是操作等思维实践活动,在使儿童获得空间观念和数学结论的同时,更要注重使儿童在活动中学会数学思考的方法,逐渐形成解决问题的思考策略.

3.3 恰当把握几何“过程教学”的实质

《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》中明确指出:儿童的学习应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程,应当有足够的时间和空间经历观察、实验、猜测、推理、验证等活动过程.并在空间与图形内容领域较多地运用了“经历、体验、探索”等术语表述学习活动的过程目标,由

此体现出对几何“过程教学”的重视.

几何过程教学摒弃仅仅以获取静态的几何结果知识为目标的教学导向,在教学中教师启发引导学生参与几何知识的发生、发展过程,经历探索活动的过程,体验过程对自己的思维启迪,感悟数学活动中的思维过程和思维方法,从而获得鲜活的动态过程知识,并以此为基础理解作为结果的几何知识.过程教学的过程既指知识形成的过程,又指学生积极主动参与数学活动的过程,更包括学生的思维活动过程^[4].

然而,在当前空间观念的教学中,过程教学存在一些偏差现象,具体表现为重表层的操作活动过程,轻深层的思维活动过程;重合作学习形式,轻独立思考过程.我们曾观摩“观察物体”和“确定位置”课题的教学,两节课的课堂气氛都非常活跃和热闹,注重观察、操作、交流的过程.“观察物体”的教学中教师呈现了诸多实物和模型,全班超过半数的儿童都到讲台上对物体进行了观察,随后同学之间利用事先准备好的学具进行合作学习,互相说出观察到的物体,整堂课都在忙碌的观察活动中进行,缺乏师生对观察物体方法和规律的体悟和提炼,影响了空间观念的建立和发展,以至于听完课后不知道这堂课的数学究竟体现在哪里?“确定位置”的教学中也类似,一节课中某一位同学随便说出“第几排第几个”,对应的同学起立,并依次类推,全班 2/3 的同学都起立过,这种内容单一的活动过程占去了课堂的大部分时间,学生的空间观念及思维活动在低层次水平上简单重复,冲淡了对确定位置方法的理解和体悟.

值得一提的是,小学几何虽然以直观几何和实验几何为主,需要突出儿童观察、实验、操作、交流等活动过程,但数学是思维的科学,数学教学是数学思维活动的教学,需把教学的重点置于培养学生“动脑”思考上.因此,几何活动过程要遵循儿童的认识规律,注重儿童思维的参与及获取几何知识的思维过程,把发展学生的空间观念和数学思维作为几何过程教学的目的,重在揭示几何问题的本质,突出过程教学的数学味.在此,过程仅仅是手段,不可将过程等同于目标,为了过程而过程,追求课堂的表面热闹和“时尚”,最终背离课程改革的初衷与旨趣^[5].

【参 考 文 献】

- [1] 课程标准研制组. 全日制义务教育数学课程标准(实验稿)[S]. 北京: 北京师范大学出版社, 2001.
- [2] Grouws D A. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning [M]. New York: Macmillan Publish Company, 1992.
- [3] 张洪林, 蔡金法, 汪秉彝. 数学教育的跨文化研究[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 1999.
- [4] 韩龙淑. 从课例分析的视角谈数学过程教学的误区[J]. 教学与管理, 2006, (11): 59.
- [5] 韩龙淑, 王新兵. 数学启发式教学的基本特征[J]. 数学教育学报, 2009, 18 (6): 6.

Features and Teaching Strategies of Spatial Sense

HAN Long-shu¹, LV Chuan-han²

(1. Department of Mathematics, Taiyuan Teachers' College, Shanxi Taiyuan 030012, China;

2. Department of Mathematics, Guizhou Normal University, Guizhou Guiyang 550001, China)

Abstract: It needs students to possess spatial sense in order to recognize shape and position of figure. The study of the features about spatial sense includes the following aspects: experience, generalization, gradually advance and process. Some basic strategies are put forward to about teaching of spatial sense. such as knowledge and experience, level of thinking, process teaching.

Key words: mathematics; spatial sense; features; teaching strategies

[责任编辑: 陈隼]